

# Questions de formation.

Strasbourg  
Septembre 2016

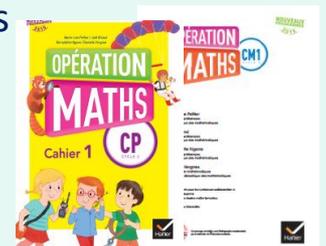


Université de Bordeaux.



[briandjoel@free.fr](mailto:briandjoel@free.fr)

Equipe  
Opération maths  
Euromaths.



Une lecture de ce document effectuée sans avoir assisté à l'exposé peut entraîner des incompréhensions ou/et des malentendus.

# Plan

## Première partie

- L'enseignant : sa relation aux mathématiques
- Les idées reçues, les modes
- Appuis théoriques
- Les mathématiques et l'entrée dans l'écrit
- Les programmes 2016

## Deuxième partie (constats et propositions)

- Le pré-numérique en maternelle : aperçu.
- Numération : quelle forme d'évaluation en vue d'une aide ?
- L'élève : ses difficultés avec le manuel scolaire

## troisième partie (didactique)

- Retour sur la numération
- Une construction progressive des algorithmes

# Première partie

# L'enseignant : sa relation aux mathématiques

# Pour mieux se comprendre : Deux activités comparées en CP



Validation  
pragmatique



- L'illusion entretenue de la même séquence de classe parce que le même écrit est affiché.
- Mais deux formes radicalement différentes de rapport au savoir.
- Deux formes différentes de rapport à l'écrit .

- Le milieu matériel est le même.
- Le milieu d'apprentissage est différent.
- **Scénario 1:** La solution est obtenue par comptage d'objets. L'élève n'a pas à prendre en charge le travail sur les signes. Il pourra au plus en être le spectateur. (On pourrait donner du sens à cette activité si elle était vouée à l'explication d'un jeu qui se jouerait en scénario 2.)

**Scénario 2:** La solution est obtenue par un travail sur des signes. Les objets sont mentalement présents lors de la tâche. Ils sont matériellement présents pour la validation des hypothèses.

Les écrits sont un moment de production de savoirs et de modélisation.

Finalement, ce n'est ni le choix du contexte, ni celui du jeu qui fait qu'une situation est un problème ou non, c'est le fait que les élèves aient à **développer une activité cognitive** relative à la notion étudiée.

# Qu'est-ce que faire des mathématiques ?

- **Mathématiser c'est construire un modèle** (produit par un langage : i.e. « moyen d'objectiver et de développer la pensée») en vue d'exercer un contrôle sur un milieu (souvent matériel en début de scolarité). C'est donc :
  - **résoudre des problèmes**  
anticiper le résultat d'une action, émettre des hypothèses, faire des essais, les valider ou les invalider, trouver les mots pour dire...
  - **s'entraîner**
  - **apprendre et retenir.**  
La présence d'un milieu matériel n'implique pas réduction de l'activité à une simple manipulation.
- Faire prévoir  $\neq$  illustrer.
- **Faire apprendre les mathématiques, c'est en faire faire !**

# Constats

- Pour de multiples raisons, de moins en moins d'enseignants construisent, à des moments cruciaux des apprentissages, des situations de construction des savoirs .
- Ils s'en remettent aux fiches diverses, (internet ou manuels) sans recul.
- Certains « livres du professeur » proposent pourtant ces situations.
- Le fichier ou le manuel de l'élève permet le travail de tous les jours mais ne remplace pas ces moments forts des apprentissages.
- L'illustration, la manipulation mal situées ne rendent pas non plus service aux apprentissages...

# Premières conclusions : outillage pour le conseil, points de vigilance.

- En formation, ou/et sur le terrain, ce type d'approche comparatiste de situations apparemment proches permet :
  - De faire comprendre ce que peut être une séquence d'apprentissage en mathématiques (donc de ne pas confondre avec entraînement, consolidation, évaluation, évaluation à terme)
  - De montrer que des modifications minimales de séquences de classe habituelles sont déterminantes
  - De fixer alors des exigences tout en pondérant : fréquence de ce type de situation.
  - Donc d'éviter de vouloir faire passer du rien au tout (rien : usage « aveugle » du fichier sans construction de situations d'apprentissage ; tout : constamment des situations emblématiques souvent vues en formation).

# Idées tenaces

Vu dans "sciences et santé "magazine de l'inserm oct 2011 n°4

→ GRAND ANGLE



## Mathématiques De l'intuition à la manipulation

Bonne nouvelle pour les enfants qui souffrent lors du calcul mental et des tables de multiplication : nous avons tous à la naissance la « bosse des maths ». Percevoir les nombres et les quantités est en effet inné et universel. Toutefois, cette perception reste approximative. Pour résoudre des opérations exactes, l'apprentissage scolaire est nécessaire, avec comme outil de réussite : la manipulation.



symboles, on obtiendrait la même chose n opérant sur de vraies quantités dans le monde réel », précise le chercheur. à encore, les nombreux exercices où il ut manipuler des objets sont essentielle

La manipulation permet de comprendre le sens des nombres.

re tranche, 23 ne correspond à aucun résultat dans les tables. » Un autre exemple montre que la mémorisation est essentielle à la résolution d'opération, que ce soit

Voir l'article de *Stanislas Morel* sur

<http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2013/10/31102013Article635188024801488115.aspx>

# Les sciences cognitives

- Elles ne prétendent pas apporter des méthodes d'apprentissage.
- Elles attirent l'attention sur le fait que les mathématiques ne sont pas des constructions arbitraires. Elles sont issues de l'évolution de notre cerveau dans un monde qui a des régularités intéressantes (S.Dehanne 2010). (numérique, spatial, probabilités) : protomathématiques.
- A propos du numérique, elles montrent que la correspondance entre nombres et espace est importante pour le développement des compétences numériques.
- Elles suggèrent de réhabiliter les jeux classiques, de recréer des environnements propices au numérique.

# Les effets Jourdain



# Pratiques sociales et situations didactiques

Les pratiques sociales permettent de familiariser l'enfant avec un environnement numérique



# Appuis théoriques

# A- Différencier plusieurs catégories de situations

- Dans la plupart des situations vues en classe, on peut dire que l'apprentissage se fait par **familiarisation** : l'enfant comprend le problème posé par le professeur ou le manuel ou le fichier et s'efforce de résoudre le problème ou de répondre à la question.
- Les situations telles que le scénario 3 sont d'une autre nature : Il s'agit de construire des dispositifs adaptés à l'âge, aux connaissances, et aux intérêts des élèves concernés en se posant une question d'ordre **didactique** et une d'ordre plutôt **sociologique** :
- « Comment construire un dispositif qui questionne et dont la solution optimale est le savoir visé ? »
- « Comment s'assurer que les élèves voient dans ces activités des occasions d'apprendre ? »
- Là, on peut dire que l'apprentissage se fait par **adaptation**. (G.Brousseau).

# Caractéristiques de ces situations

- Y a-t-il bien un problème posé aux élèves ou ont-ils seulement à appliquer une consigne?
- L'utilisation de la connaissance est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves?
- L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée?
- Comment voit-il qu'il a réussi ou échoué? (Est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions interprétables par l'élève?)
- La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir?
- L'organisation de la situation permet-elle :
  - À chaque enfant d'être confronté au problème et de faire des tentatives ?
  - L'échange et la confrontation des points de vue ?

# Fréquence de ces situations

Ces situations « clés » sont suivies de séquences de classe au cours desquelles l'élève aura à :

**identifier les savoirs acquis**

**apprendre et retenir**

**s'entraîner**

- Elles n'excluent pas les situations d'apprentissage par familiarisation
- C'est au professeur de faire des choix en fonction de sa classe

# Enjeux de ces situations

**Enjeux de savoirs** : Construire des milieux à enjeux dans lesquels le savoir visé est la solution optimale au problème posé. Les enfants y progressent. Ils peuvent se rendre compte par eux-mêmes de leurs erreurs.

**Enjeux langagiers** : la production de signes permet de concevoir un monde, de décontextualiser, de dépersonnaliser. (cf : la secondarisation).

**Enjeux sociaux** : à un moment donné, l'élève aura à écouter, à lire l'autre.

**Enjeux éthiques** : engagés dans une telle situation, les élèves cherchent à savoir, à comprendre et accepter l'action d'autres élèves.

**Le rapport sur l'individualisation (CNESECO) : « plus les élèves sont en difficulté plus on les plonge dans du déjà fait, du déjà vu, de l'entraînement. »**

<http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2016/09/160926-Inegalites-scolaires.pdf>

## B- Lier apprentissages mathématiques et entrée dans le monde des signes (entrée dans l'écrit)



# L'existence de connaissances anciennes et l'émergence de nouvelles afin d'acquérir le savoir de l'addition.

- Rappel des théorèmes à construire :
  - l'addition entre deux signes consécutifs permet de prévoir le nombre de jetons obtenu à la suite de deux lancers,
  - Donc : « il ne peut pas y avoir de 10 , puisque ce n'est pas écrit » est faux (on l'avait déjà prouvé matériellement)
  - L'addition entre deux signes, même non consécutifs, permet de prévoir le nombre de jetons obtenus à la suite des lancers correspondants, indépendamment des autres lancers,
  - Une fois que l'on a pris un signe, celui-ci ne peut-être repris
  - le résultat d'une addition entre deux signes peut être lui-même combiné aux autres signes.
- Les **savoirs** sont plus facilement prévus, évalués, corrigés et enseignés que les **connaissances**. **Or ce sont les connaissances qui génèrent les savoirs.**

# L'organisation des connaissances, l'organisation des savoirs

Nous empruntons à J. CENTENO et G. BROUSSEAU (1992) les définitions suivantes :

**CONNAISSANCES** : "Les connaissances sont les moyens transmissibles (par imitation, initiation, communication, etc.) mais non nécessairement explicitables, de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat conformément à une attente ou à une exigence sociale."

**SAVOIR** : "Le savoir est le produit culturel d'une institution qui a pour objet de repérer, d'analyser et d'organiser les connaissances afin de faciliter leur communication, leur usage sous forme de connaissances ou de savoirs et la production de nouveaux savoirs. Dans certaines situations (action formulation ou preuve) le même résultat peut être le fruit d'une connaissance de l'acteur ou le fruit d'un savoir, ou les deux."

« Dans certaines situations, l'élève a besoin de connaissances que l'école n'enseigne pas, mais qu'il doit pourtant mettre en œuvre pour apprendre le savoir ou pour utiliser ce qu'il a appris. »

## Outillage pour le conseil, points de vigilance (2).

- Apprendre à faire observer
- En formation, ou/et sur le terrain, ce point de départ rapports savoir/connaissances constitue un outil d'observation indispensable à faire partager avec les enseignants. (L'observation nécessite un outillage théorique ainsi qu'une analyse a priori.)
- Il permet de construire une relation de formation « rassurante » auprès de l'enseignant dans la mesure où « l'inattendu » devient du prévisible !

# **Les programmes 2016**

# Programmes 2016 C2

## 6 Compétences travaillées

- Chercher
- Modéliser
- Représenter
- Reasonner
- Calculer
- Communiquer.

# Trois domaines imbriqués

Nommer, lire, écrire  
Représenter  
les nombres entiers

Résoudre des problèmes en utilisant

Des nombres entiers et le calcul

Calculer avec des nombres  
entiers

Résoudre des problèmes impliquant  
des longueurs, des masses,  
des contenances, des durées,  
des prix.

Comprendre et utiliser  
des nombres entiers  
Pour dénombrer, ordonner  
Repérer, comparer.

Nombres et  
calcul

Grandeurs et  
mesure

Comparer, estimer,  
mesurer des longueurs,  
des masses, des contenances,  
des durées

Espace et géométrie

Utiliser le lexique,  
les unités,  
les instruments de mesures spécifiques  
de ces grandeurs

Reconnaître, nommer, décrire  
Reproduire, construire quelques  
Figures géométriques

Reconnaître, nommer, décrire  
Reproduire, construire quelques  
solides

Se repérer et se déplacer  
En utilisant des repères

# L'accent est mis sur 3 points essentiels

- L'articulation très forte entre nombres et grandeurs d'où la résolution de problèmes vue comme activité de modélisation de situations faisant intervenir les grandeurs.
- L'étude de différentes représentations des nombres, qu'elles soient langagières ou symboliques (désignations orales, décompositions/ recompositions, demi droite graduée..) et sur leurs liens
- Un point de vue sur le calcul, conséquence de ces 2 points
  - le calcul est "motivé" par les situations qu'il permet de résoudre (sans manipulations),
  - il est nourri des équivalences entre les différentes désignations des nombres.

De ce fait les techniques opératoires usuelles n'interviennent que lorsque le besoin s'en fait sentir, progressivement sur les 3 années du cycle.

# Deuxième partie

# Parlons de l'école maternelle

# Constats

- Les mathématiques de l'école maternelle et du début du primaire sont tellement culturellement connues qu'il semble que leur enseignement puisse se réduire à leur exposé et à des exercices d'entraînement simples.
- Plus c'est simple du point de vue des mathématiques, plus il est difficile pour le professeur de créer les conditions de découverte de ces mathématiques.

# Collection ,quantité, nombre

Les collections

Intuition des grandeurs  
Quantité

Pratiques sociales  
Mieux contrôler des  
quantités

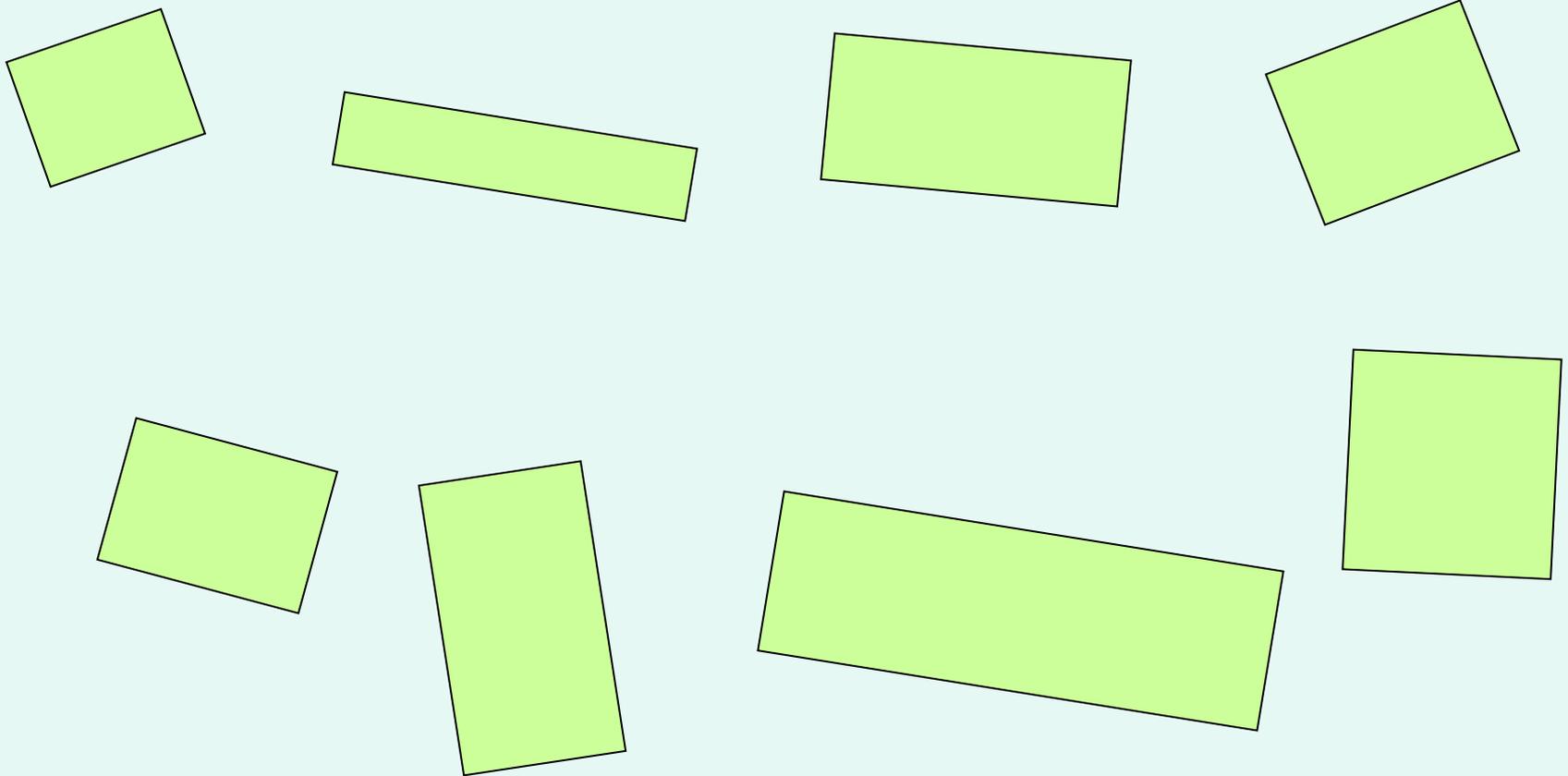
Les premiers nombres,  
Les premiers écrits, les premières  
fonctions du nombre.

Systèmes d'écriture des nombres  
avant la numération.



# Contrôler une collection pour dénombrer : une activité simple ?

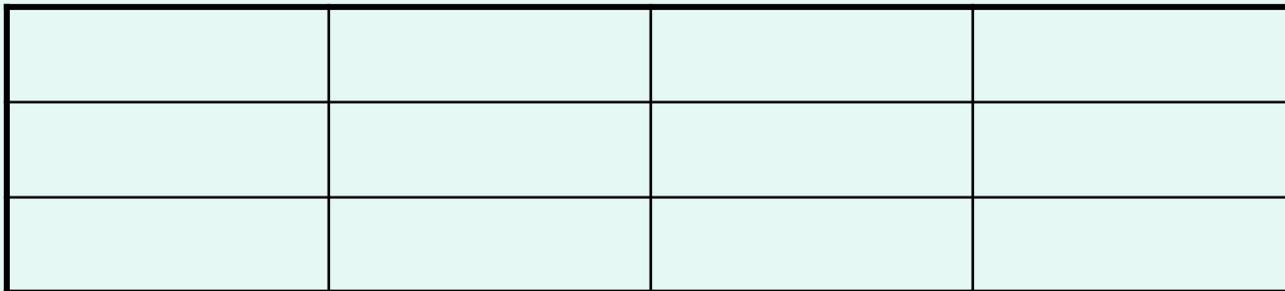
Un exemple : combien de rectangles sur cette diapositive ?



Combien de rectangles dans cette figure?



Et dans celle-ci?...



$$C_5^2 \times C_4^2$$

Connaissances spatiales,  
conceptions des objets à dénombrer,  
outillage mathématique expert.

# Dénombrement

- DENOMBREMENT d'un point de vue didactique (BROUSSEAU 1984) :
- C'est la capacité à produire une collection (C2) équipotente à une collection donnée (C1) sans voir cette collection au moment où l'on produit la collection (C2) en se servant du cardinal de la collection (C1).

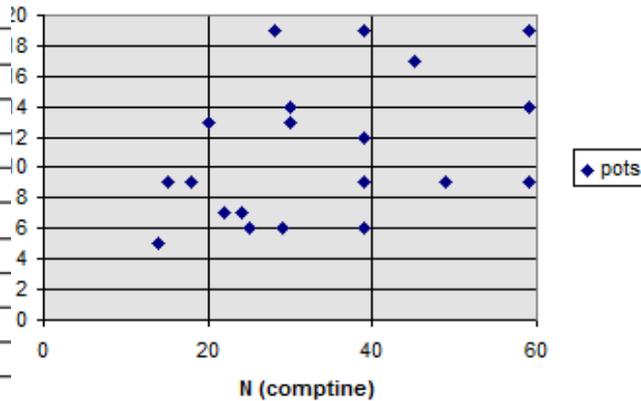
# De la comptine à une SF.

● En 1991

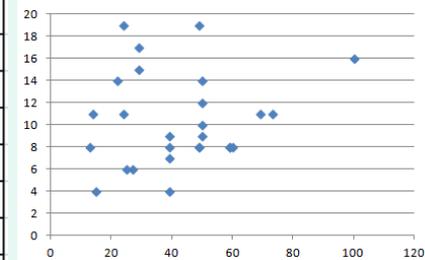
● En 2012

	Jusqu'où sais-tu compter ?	Situation <u>fonda-</u> <u>mentale</u>
Noms	N	pots
Alexandre	39	12
Christelle	39	9
Damien	14	5
Paul	25	6
David	24	7
Florian	15	9
Maud	20	13
Mylène	45	17
Sandra	22	7
M.Laure	28	19
<u>ChloÉ</u>	39	19
<u>Eugénie</u>	49	9
Claire	39	6
Claire G	30	13
Cyril	59	19
Frédéric	30	14
Marianne	18	9
Christian	59	14
<u>Cédric</u>	59	9
Mathilde	29	6

dispersion selon N et sit. Fond.



	Cpt	SF
Tom	50	12
Léo	59	8
Léa	27	6
Valentine	39	9
Naomi	39	4
Amandine	22	14
Margot	29	15
Arthur	25	6
Andréa	29	17
Noam	24	11
Hugo	49	19
Julien	24	19
Manon	49	8
Lorenzo	15	4
Paul	50	14
Antoine	50	10
Raphaël	69	11
Lylian	59	8
Anthony	39	7
Maeva	13	8
Lucas	100	16
Nolwenn	49	8
Mike	14	11
Pierre	50	9
Thomas	39	8
Anthoni	73	11
Cassiopée	60	8



# Comptage-numérotage et dénombrement

- L'observation du comptage-numérotage ne garantit n'est pas le dénombrement.
- Ce constat est très ancien. Les années 1975-2000 voient se construire un cadre théorique mieux abouti : travaux des équipes INRP, ceux de de C.Meljac, de G.Brousseau et all.



1979



1980-2000 (thèses + publi.)



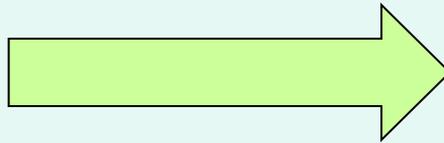
1990 (INRP-ERMEL)

Ainsi, la faculté de **dénombrer** « sur ordre » (y compris celle d'annoncer le nombre d'objets à l'issue du dénombrement) n'implique pas toujours un usage spontané du nombre pour « garder la mémoire » des quantités. On peut affirmer que, pour certains élèves, les mots-nombres qu'ils connaissent (à leur manière) restent à « quantifier » et à « arithmétiser ».

# Bilan

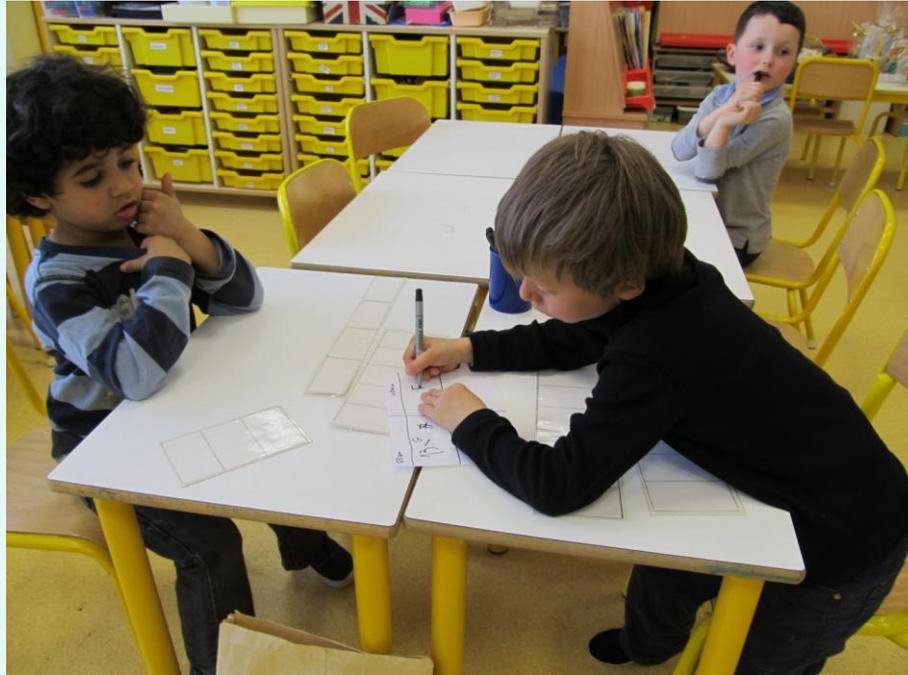
- Le comptage-numérotage est un observable
- En faire un objet d'enseignement est bien sûr une dérive
- On peut l'observer chez un jeune enfant dans une sorte de pratique rituelle
- On peut l'observer dans des procédures de dénombrement
- Sa manifestation ne garantit bien sûr pas l'acquisition du concept de nombre.
- Elle ne signifie pas non plus que le concept de nombre n'est pas acquis !
- **Comment alors faire évoluer un milieu d'apprentissage afin de passer du comptage-numérotage observé au nombre construit opérationnel.**
- **Nous allons voir que l'entrée dans le monde des signes joue ici un rôle déterminant.**

➤ 1-Dénombrer pour se souvenir d'une quantité quand elle est absente ou éloignée : en mémorisant...(ici le comptage numérotage peut être une stratégie personnelle suffisante [S1].)



Quelle consigne ?

➤ 2- Modifier le milieu d'apprentissage pour faire changer de stratégie : une trace écrite à élaborer (pour soi, puis pour un lecteur)



**[S2]. « Les voitures seront prises plus tard. Vous n'aurez plus les parkings. Pour vous souvenir, vous pourrez écrire ».**

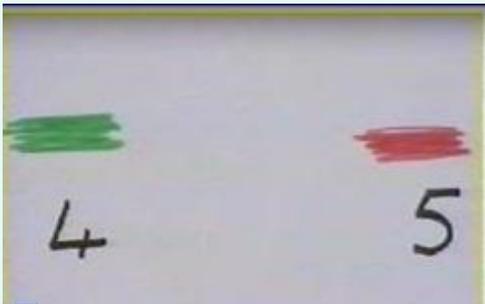
**[S3]. « Ce n'est plus vous qui irez chercher les voitures ; vous porterez votre message qui sera lu par un camarade. Il vous donnera les voitures ».**





« compositions et décompositions des nombres en lien avec les réunions et fractionnements de collections » programmes 2015-2016.

Traiter cette question par des problèmes en GS et au CP.



- Cette situation permet de progresser d'une signification « topographique » du signe **4 5** à une signification « mesure d'une quantité » : **4 5** c'est aussi **3 6** ou bien **2 7**, etc.

# Accès au calcul

- Savoir aller chercher les bons paniers en faisant le lien entre 4 5 et 9 (C'est un milieu de signes avec validation en milieu matériel ou doigts de la main)
- Prévoir que deux étiquettes ( 4 5 et 3 6 ) amènent au même panier (milieu de signes avec **validation matérielle**)
- Eventuellement, prévoir que deux étiquettes ( 4 5 et 3 6 ) amènent au même panier (avec **validation sur écrits**)
- Ce travail sur les petits nombres a pour but l'accès au calcul.
- **La reconnaissance de la propriété d'addition est une condition nécessaire à la conceptualisation du nombre.**



**Numération en CP-CE1**  
**Quelle forme d'évaluation en vue**  
**d'une aide ?**

## Le cours préparatoire : de la difficulté à se mettre à la place de « l'élève lecteur »

- Il est classique de voir un élève lire l'étiquette « 18 » en énonçant « dix huit » et considérer simultanément que 18 c'est  $1 + 8$  (donc c'est 9 !) sans voir l'incompatibilité entre ces deux lectures.
- On constate donc que ce signe 18 a une première signification chez l'élève.
- Ce signe va devoir changer de **signification** pour aboutir à celle des mathématiciens.
- Un discours magistral n'est pas suffisant. Il faut construire des situations qui permettent cette sémiose.

# Rappel : en CP



## Extraits de cette situation d'évaluation



# L'évaluation: maintenir et développer les exigences d'apprentissages (point de vigilance 3)

- **L'évaluation** est nécessaire
- Elle ne doit toutefois pas avoir pour effet d'encourager à rabattre l'enseignement à des pratiques rituelles (*qui sont le modèle spontané d'enseignement et que l'on peut voir se développer avec l'arrivée de jeunes sans grande formation*)
- L'observation des élèves en **situation d'action** permet :
  - **au professeur d'exercer son travail de professionnel**
  - **de s'émanciper du filtre de l'écrit**
  - **d'évaluer au-delà des savoirs**
- Il est donc important de bien identifier les moments de l'**action**, ceux de la **formulation**, ceux du **conseil**, ceux de l'**évaluation stricto sensu**.

# L'élève : ses difficultés avec le manuel scolaire (ici en CP)

# La classe au jour le jour : Étape 3 du manuel : « Utiliser le nombre pour se souvenir d'une position »

**3** Utiliser le nombre pour se souvenir d'une position

COMPÉTENCE : dénombrer. Seconde

OBJECTIF : faire le lien entre deux sens du nombre : nombre pour désigner une quantité, nombre pour désigner une position.

À la page 49, les élèves de première conscience qu'un nombre (par exemple 10) désigne à la fois la case 10 et la quantité 10.

**Calcul mental**

Y Demander ensuite aux élèves d'écrire dans les cases les 5 nombres qui précèdent un nombre donné.

La comptine numérique : plusieurs enfants à tour de rôle disent la suite des nombres en décroissant à partir d'un nombre inférieur à 20.

**Découverte**

**1**

Pour avancer sur le chemin, il faut poser un caillou dans chaque case.

- Voici les cailloux de Lilou. Dessine la case sur laquelle elle arrive.
- Paco arrive sur la case . Combien de cailloux avait-il en partant ? .....

**2** On a caché les cases du chemin.

Entoure le dessin qui se trouve :

- sous la croix X
- sous la croix X

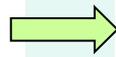
     

**Exercice**

- Rémi est au départ avec 9 cailloux. Dessine la case sur laquelle il arrive.
- Jeanne arrive sur la case . Combien de cailloux avait-elle en partant ? .....



vingt et un • 21



**Découverte**

**1**

Pour avancer sur le chemin, il faut poser un caillou dans chaque case.

- Voici les cailloux de Lilou. Dessine la case sur laquelle elle arrive.
- Paco arrive sur la case . Combien de cailloux avait-il en partant ? .....

**2** On a caché les cases du chemin.

Entoure le dessin qui se trouve :

- sous la croix X
- sous la croix X

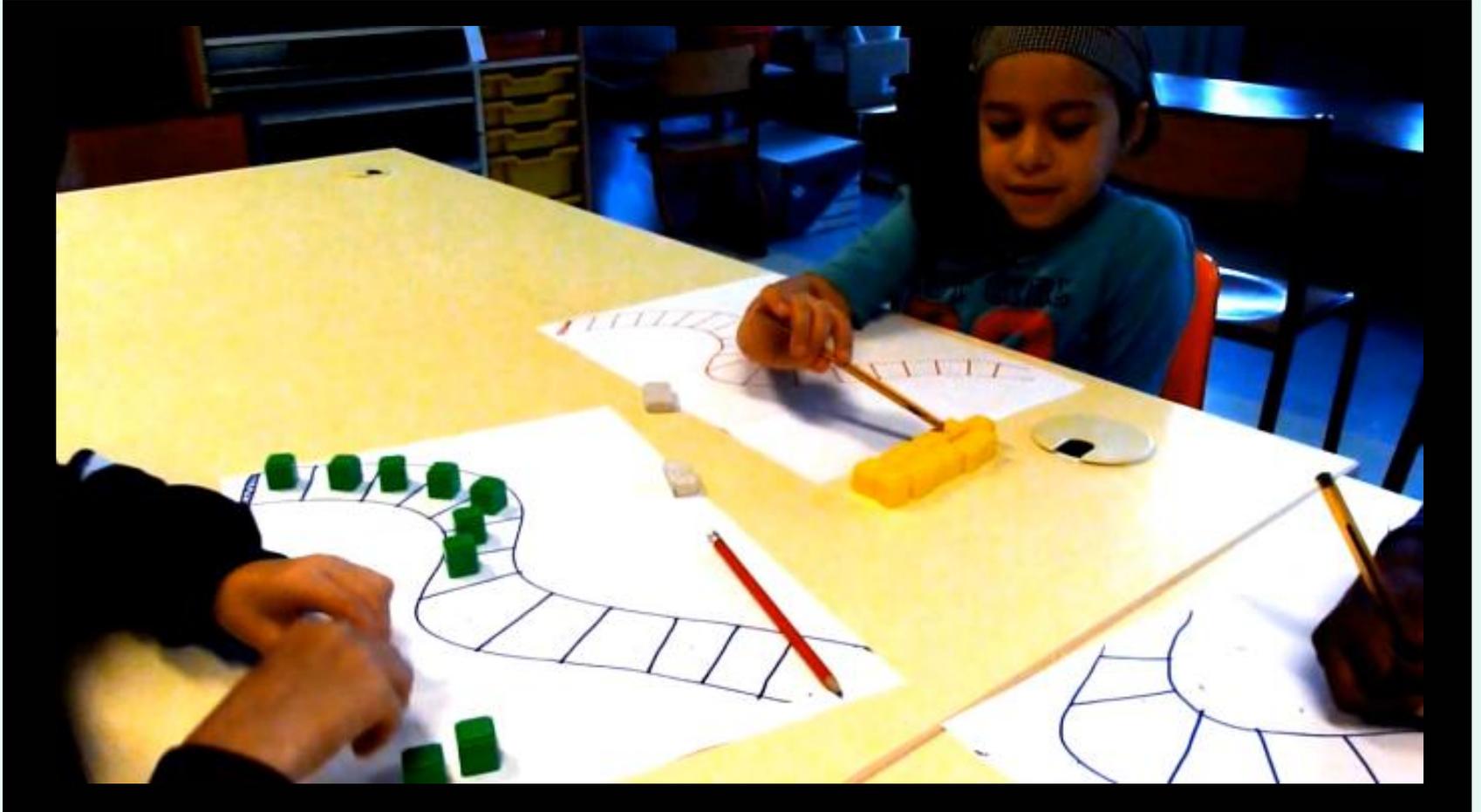
À la piste est plus petite et éloignée pour bloquer le repérage visuel case à case au profit du dénombrement.

- Difficultés de lecture : un ensemble de codes et de conventions non sues qui rendent la séquence artificiellement difficile malgré les explications écrites dans le livre du professeur
- Devant la difficulté, Corinne propose l'organisation de la découverte de la façon suivante : Elle fabrique des cartes comme sur le dessin de la découverte et les affiche au tableau. La question 1 est conduite de la même façon.



- Elle retourne ensuite les cartes une à une, met une croix comme dans la question 2 et pose la même question.

Pour les élèves en difficulté, décision est prise de construire une situation de remédiation.



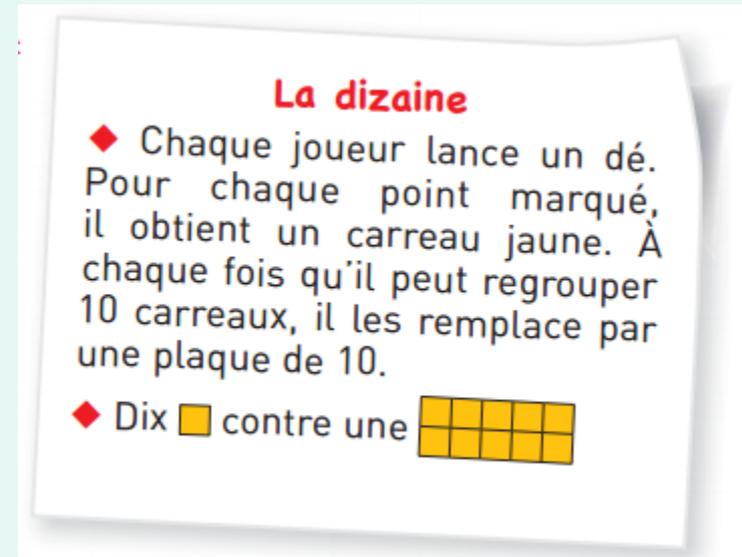
Aurait-ce été une perte de temps de proposer cette situation à toute la classe ?

# Troisième partie

● Le travail sur la « dizaine » est donc fondamental

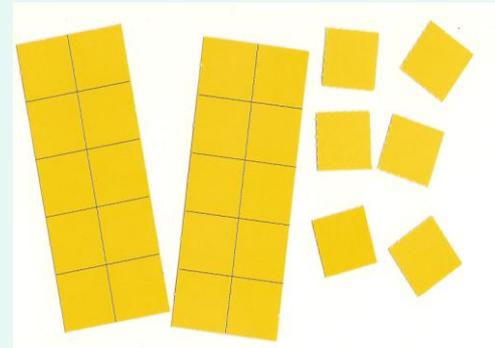
- Travail avec du matériel
- Travail sur les écritures chiffrées
- Mais aussi travail sur des écritures additives  
« combien de dizaines dans  $3+6+4+5+7+4+5$  ? »

## Première phase ( Jeu de la dizaine )



Pour calculer ce score, les élèves peuvent utiliser plusieurs niveaux de procédures :

- Compter une par une chaque case jaune
- Compter les plaques de 10 (en disant : « dix, vingt ») puis compter un par un les cases jaunes
- **Compter les dizaines en disant 1, 2 puis compter un par un les cases jaunes**
- Utiliser directement la symbolisation  $20 + 6 = 26$



## Donc faire évoluer le matériel

Le comptage un par un de toutes les cases jaunes n'est plus possible. Le but à terme est que les élèves « lisent » ce matériel « 3 dizaines et 4 unités donc 34 »



# Travail sur les écritures chiffrées

## Complète.

56, c'est ..... dizaines et ..... unités.

63, c'est ..... unités et ..... dizaines.

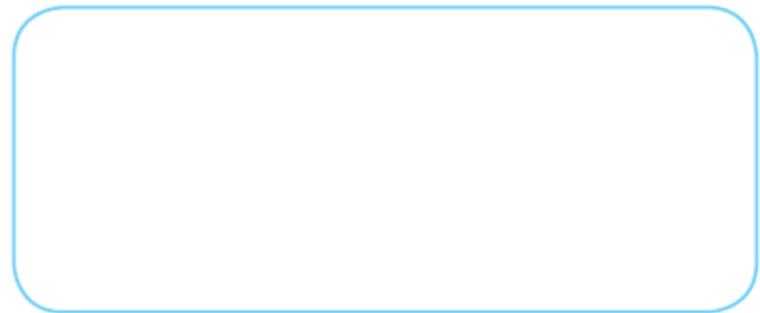
4 dizaines et 9 unités, c'est .....

7 unités et 2 dizaines, c'est .....

## Réinvestissement dans des contextes sans matériel

Avec 34 chocolats, combien de boîtes de 10 chocolats peut-on remplir ?

On peut remplir ..... boîtes  
et il reste ..... chocolats.



# En même temps : travail sur la piste des nombres ; la présenter sous forme d'un tableau ; place du 0.

**Manipulation**

**DE L'ORAL À L'ÉCRIT**

Tu apprends à écrire la suite des nombres dans un tableau.

	1	2	3		5	6	7	8	9
10							17		
20						26			
		32							
									49
	61					66		68	



- 1 Écris les nombres dans les cases bleues.
- 2 Dessine la case où placer le nombre 0. Écris-le.
- 3 Écris les nombres dans les cases roses.
- 4 Écris en vert les nombres dont le chiffre des unités est 4.
- 5 Écris en bleu les nombres dont le chiffre des dizaines est 5.

**Mémo 16**

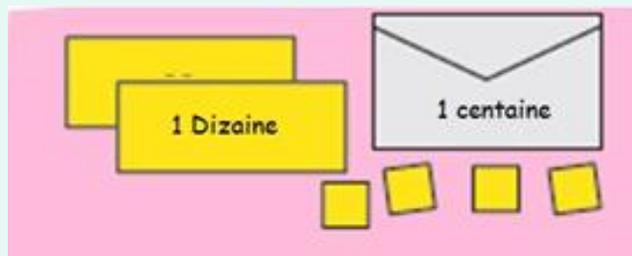
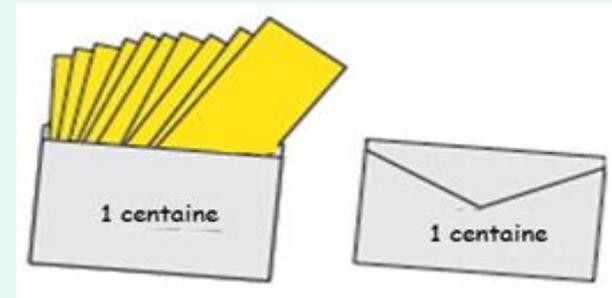
# En CE1 extension du champ numérique : la centaine

Un exemple en CE1:

Le jeu de la centaine

1 centaine, c'est 10 dizaines

c'est 100 unités



$$100 + 10 + 10 + 4$$

1 centaine, 2 dizaines et 3 unités

124

Mais aussi

2 dizaines, 1 centaine et 3 unités

12 dizaines et 3 unités

## Le tableau de numération: un outil

centaines	dizaines	Unités
		
		245
	24	5
2	4	5

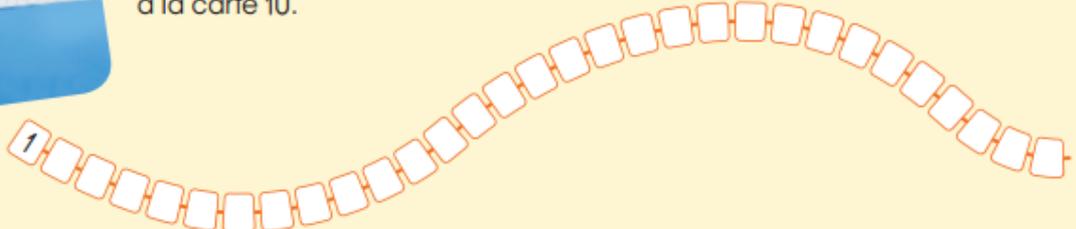
# Intérêt des activités rituelles

# Associer nombre, quantité et position sur la piste des nombres (une ou deux séquences sur manuel)

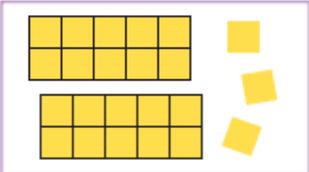
**Manipulation**

**DE L'ORAL À L'ÉCRIT**

Avec une plaque dizaine, tu peux aller directement du départ à la carte 10.



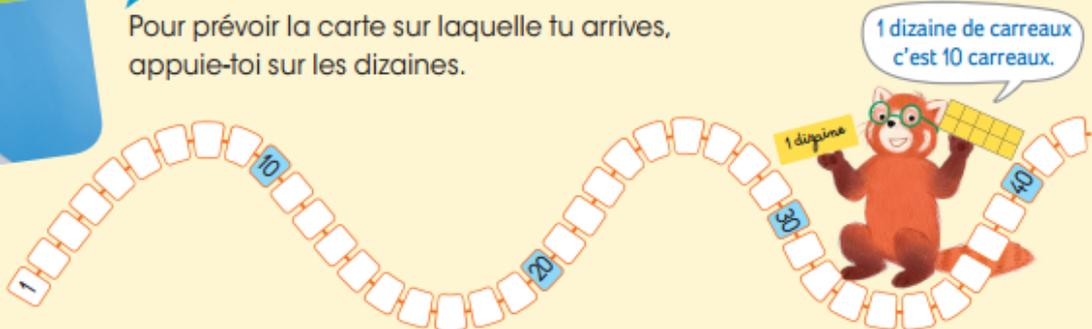
- 1 Repère les cartes 10, 20, 30 sur la piste. **Colorie-les en bleu.**
- 2 Sur quelle carte Nora arrive-t-elle avec ce matériel ? **Fais une croix** sur la carte.  
Combien de carreaux a-t-elle en tout ? .....



**Manipulation**

**DE L'ORAL À L'ÉCRIT**

Pour prévoir la carte sur laquelle tu arrives, appuie-toi sur les dizaines.



1 dizaine  
c'est 10 carreaux.

**Associer nombre, quantité et position sur la piste des nombres :  
une activité répétée le matin.**



Savoir faire évoluer des procédés  
de calcul

# Activités rituelles : construction conjointe de la numération et de procédés évolutifs de calculs

**« Les opérations arithmétiques sont introduites dans le cadre de la résolution de problèmes dont elles sont un outil de modélisation. »**



$$\begin{array}{r} 37 \\ + 25 \\ \hline 12 \\ + 50 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 37 \\ + 25 \\ \hline 62 \end{array}$$



Petits calculs... : faites les soustractions  $84-36$  puis  $125-97$ .

# Les procédés de calcul comme aboutissement d'une construction mathématique.

$$125 - 97 ?$$

$$\begin{array}{c} 125 - 97 \\ +3 \quad \left( \quad \right) \quad +3 \\ 128 - 100 \end{array}$$

C'est donc 28.

$$47 - 35 ?$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ - 35 \\ \hline \end{array}$$

C'est donc 12.

# Comment passer à la soustraction « en colonnes » quels que soient les deux nombres

- **La technique par « démolition »**
- exemple 125-97
  
- **Avantage** : cette technique repose sur la compréhension de notre système d'écriture des nombres largement travaillé au cycle 2.
- **Inconvénients** :
  - -Elle correspond à une manipulation à partir du matériel de numération...
  - -Elle est très difficilement utilisable dans les cas où il y a un zéro intermédiaire sauf à automatiser de façon très coûteuse.
  - -Cette technique devra donc être abandonnée en cycle 3 ou au collège.

## La technique « par compensation ou translation » : exemple 125-97

- Méthode « à la russe » : on cherche un nombre rond

100

128

100

110

120

130

140

- Méthode usuelle : on ne peut pas calculer 5-7 : on ajoute 1 dizaine à 125 et pour conserver l'écart on ajoute 1 dizaine à 97.

125

-97

107

135

100

110

120

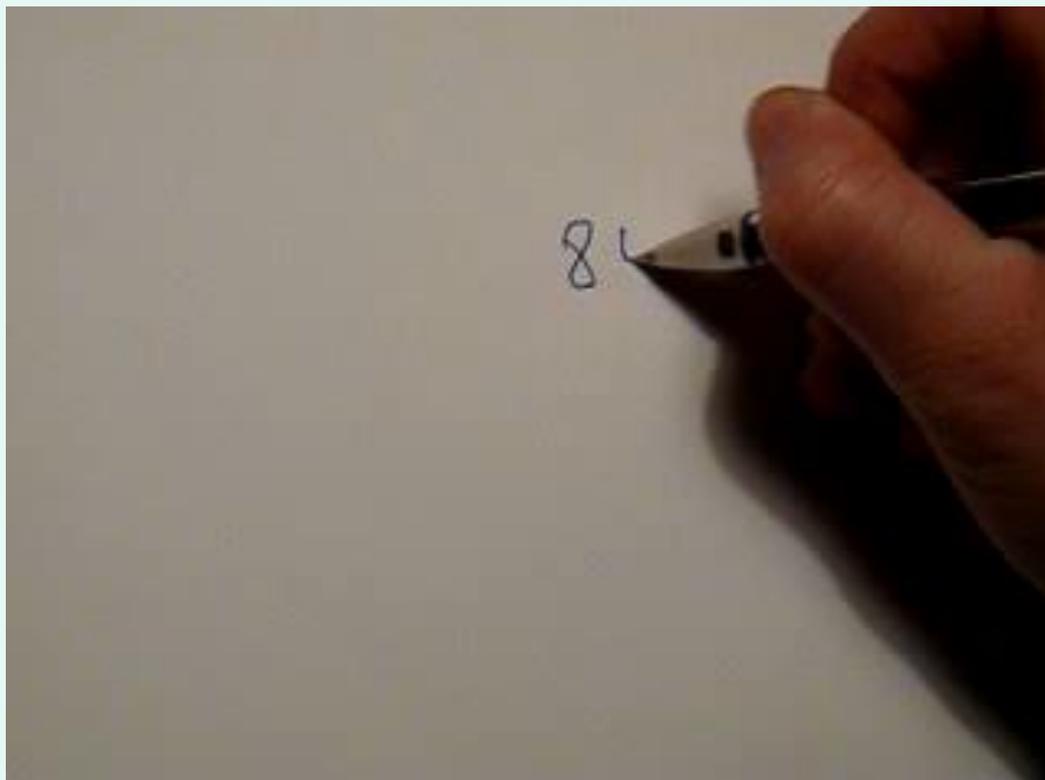
130

140

**avantages** : cette technique est utilisable quels que soient les nombres choisis. Elle s'appuie sur des propriétés mathématiques qui seront utiles au cycle 3 et au collège. C'est la technique usuelle de la soustraction en France, elle sera enseignée au cycle 3. Les élèves qui l'auront apprise en CE1 n'auront pas besoin de changer de technique au cycle 3.

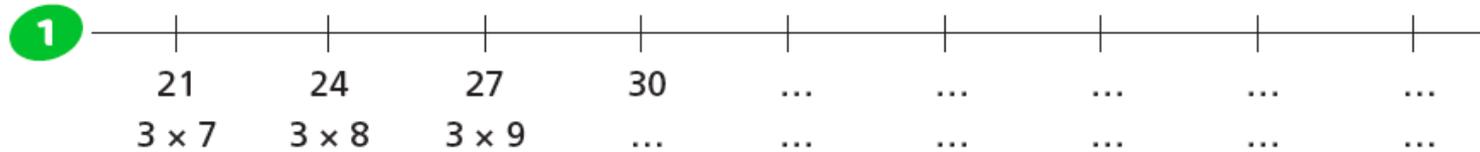
**inconvénient** : elle nécessite de prendre le temps de travailler la propriété de conservation des écarts, sur laquelle elle repose.

**L'algorithme de la soustraction en CE1 se construit donc à partir d'une bonne connaissance de la droite graduée.**



**Technique définitive**

# Droite graduée et multiplication



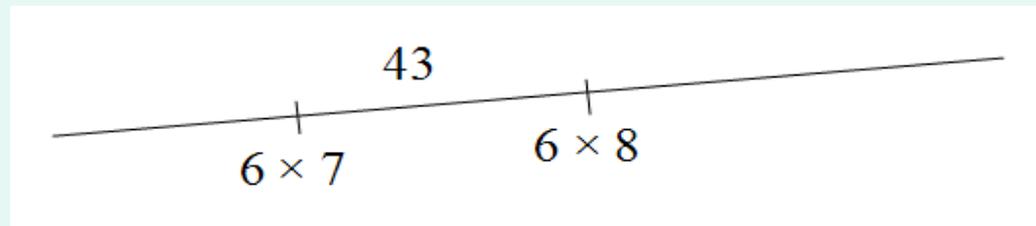
**a.** Reproduis cette droite graduée de 3 en 3.

Sous chaque graduation, complète avec un nombre et un produit.

**b.** Place approximativement le nombre 41 sur cette droite.

**c.** Encadre 41 par deux multiples consécutifs de 3 :       $3 \times \dots < 41 < 3 \times \dots$

# Droite graduée et division



« Quand on encadre 43 par deux multiples consécutifs de 6 et que l'on écrit  $43 = (6 \times 7) + 1$ , on dit que l'on fait la division de 43 par 6. Dans cette division, le nombre 7 s'appelle le quotient. C'est le nombre de fois où 6 est contenu dans 43. 1 s'appelle le reste. »

# L'exemple de la multiplication

- Les travaux commencés dès les années 80 ont largement montré que la multiplication de deux nombres de deux chiffres élaborée à l'aide d'un algorithme évolutif fondé sur la découpage d'un rectangle quadrillé représentant leur produit et conduisant à terme à la multiplication dite « per gelosia » permettait une consolidation de la numération, la construction de la loi des zéros et ceci dès le CE1.

20	5	
200	50	10
60	15	3

puis,  
plus tard

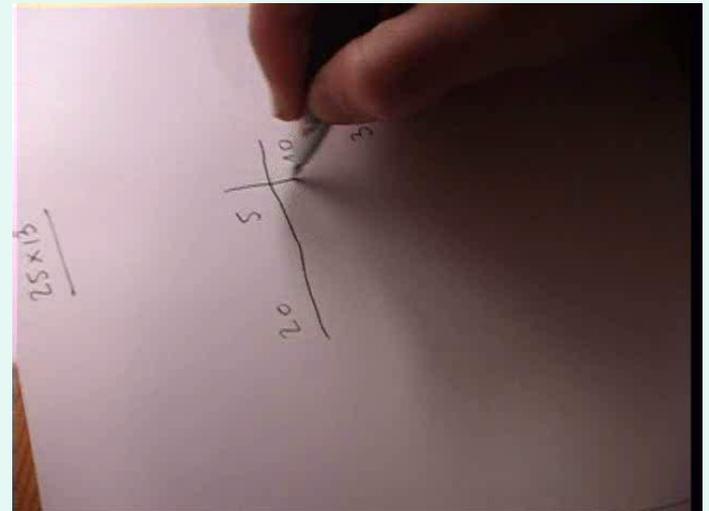
x	25
	13
<hr/>	
	15
+	60
	50
+	200
<hr/>	
	325

puis

x	25
	13
<hr/>	
	75
	25
<hr/>	
	325

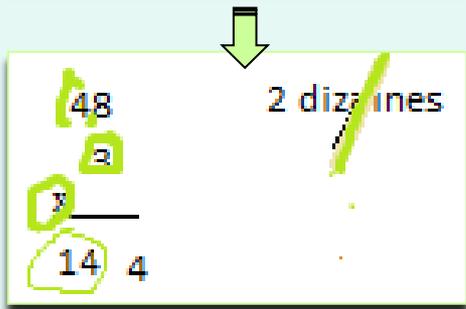
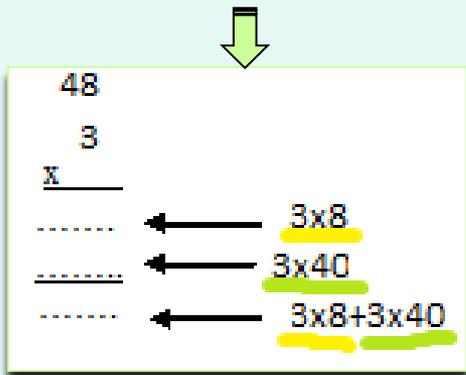
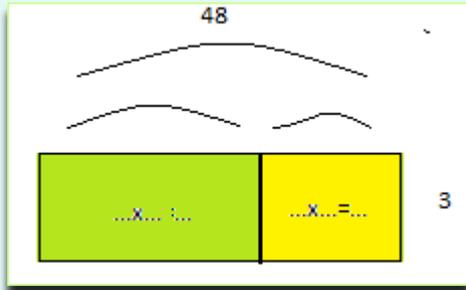
  

	15
+	60
	50
+	200
<hr/>	
	325



# Harmoniser CE-CM

Faire un schéma à la place du quadrillage



**a** Calcule  $586 \times 7$ ; puis  $586 \times 3$ .  
 Sans effectuer le calcul, prévois si le résultat de  $586 \times 73$  est proche de 4 000, de 40 000 ou de 400 000.

**b** Dans la technique habituelle en colonne, à quels calculs correspondent les nombres 1 758 et 41 020 ? Termine le calcul.

$$\begin{array}{r}
 586 \\
 \times 73 \\
 \hline
 1758 \\
 41020 \\
 \hline
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

**d** Complète la méthode de Zora.

$$\begin{array}{r}
 586 \\
 \times 73 \\
 \hline
 \dots\dots\dots \leftarrow 3 \times 6 \\
 \dots\dots\dots \leftarrow 3 \times 80 \\
 \dots\dots\dots \leftarrow 3 \times 500 \\
 \dots\dots\dots \leftarrow 70 \times 6 \\
 \dots\dots\dots \leftarrow 70 \times 80 \\
 \dots\dots\dots \leftarrow 70 \times 500 \\
 \dots\dots\dots \leftarrow 586 \times 73
 \end{array}$$

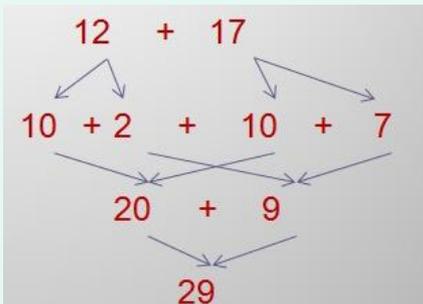
Pour ne pas garder les retenues dans ma tête, j'écris tous les produits pas à pas.



**c** À l'aide de la question b, vérifie tes calculs de la question a.

Donc une nécessaire réflexion sur les contenus à enseigner pour rendre compatible « faire des maths » et « apprendre des maths ».

## Addition



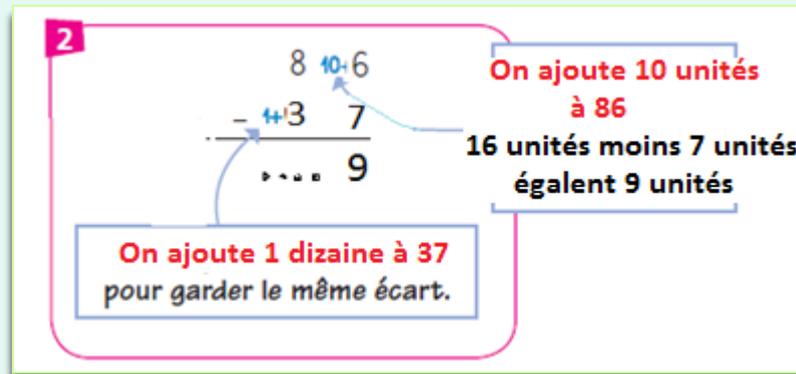
$$\begin{array}{r} 37 \\ + 25 \\ \hline 12 \\ + 50 \\ \hline 62 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ + 37 \\ + 25 \\ \hline 62 \end{array}$$

## Soustraction

$$\begin{array}{r} 47 \text{ c'est } 48 \\ - \quad \quad - \\ \hline 19 \quad \quad 20 \end{array}$$



## Multiplication

20	5	
200	50	10
60	15	3

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 60 \\ + 50 \\ + 200 \\ \hline 325 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 13 \\ \hline 15 \\ + 60 \\ + 50 \\ + 200 \\ \hline 325 \end{array}$$

puis

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 13 \\ \hline 75 \\ 25 \\ \hline 325 \end{array}$$

puis

# La division

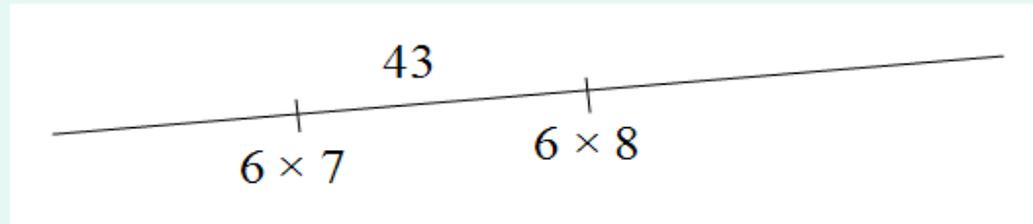
Programmes 2016 :

« *L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement.* »

« *obtenir le quotient et le reste d'une division euclidienne par un nombre à 1 chiffre et par des nombres comme 10, 25, 50, 100 en fin de cycle.* »

-Au CP : partages équitables simples. Double moitié.

- Résoudre des problèmes en s'appuyant sur la droite numérique :



« **Quand on encadre 43 par deux multiples consécutifs de 6 et que l'on écrit  $43 = (6 \times 7) + 1$ , on dit que l'on fait la division de 43 par 6. Dans cette division, le nombre 7 s'appelle le quotient. C'est le nombre de fois où 6 est contenu dans 43. 1 s'appelle le reste.** »

# Conclusions

- Les nouveaux programmes permettent une construction des savoirs mathématiques.
- La formation devrait se recentrer sur la capacité à construire des situations d'apprentissage.
  - Se donner pour objectif de permettre de faire la distinction entre SAA, SAF, entraînement, évaluation
- Apprendre à faire observer avant d'évaluer
- Lors de visites, proposer, si nécessaire, des modifications minimales plutôt que de proposer une séquence complètement différente.
- La fiche de préparation : exiger d'y voir la consigne de travail qui sera donnée aux élèves.

**A propos du numérique, trois points sont importants à traiter en collaboration au sein de l'équipe enseignante** : le travail systématique sur la dizaine, la file puis la droite numérique, les choix des algorithmes, qui seront enseignés pour une période donnée.

*Merci de m' avoir écouté et...  
Bon courage pour la suite.*

